

Prozent- und Zinsrechnung

Aufgabe 1 · BASIS



AFB I (Reproduktion) · Operator berechnen

Ein Sparplan mit Zinseszinsen: Ein Schüler legt 500 € auf ein Sparkonto mit einem jährlichen Zinssatz von 3 % an. Berechne das Guthaben nach 1 Jahr, nach 2 Jahren und nach 3 Jahren mit der Zinseszinsformel $K_n = K_0 \cdot (1 + p/100)^n$.

BILDUNGSPLAN

(3) Zinsen und iterativ Zinseszinsen berechnen

LÖSUNG

Nach 1 Jahr: $K_1 = 500 \cdot (1 + 3/100)^1 = 500 \cdot 1,03 = 515 \text{ €}$

Nach 2 Jahren: $K_2 = 500 \cdot (1,03)^2 = 500 \cdot 1,0609 = 530,45 \text{ €}$

Nach 3 Jahren: $K_3 = 500 \cdot (1,03)^3 = 500 \cdot 1,092727 = 546,36 \text{ €}$

Aufgabe 2 · BASIS



AFB I (Reproduktion) · Operator berechnen

Ein Sportgeschäft in Ulm verkauft Laufschuhe. Der ursprüngliche Preis beträgt 120 €. Der Laden gewährt einen Rabatt von 15 %. Berechne den Rabattbetrag und den neuen Preis nach Abzug des Rabatts. Nutze die Formel Prozentwert $W = G \cdot p / 100$.

BILDUNGSPLAN

(2) Prozentwert, Grundwert und Prozentsatz identifizieren, visualisieren (zum Beispiel Prozentstreifen) und berechnen

LÖSUNG

Rabattbetrag (Prozentwert): $W = 120 \cdot 15 / 100 = 1800 / 100 = 18 \text{ €}$

Neuer Preis: $120 - 18 = 102 \text{ €}$

ZUR VERTIEFUNG — FÖRDERAUFGABEN

Aufgabe 3 · ERWEITERT

★ ★

AFB II (Reorganisation) · Operator bestimmen

Familie Müller in Tübingen erhält einen Mietvertrag mit einer Erhöhungsklausel: Die aktuelle Miete beträgt 800 € pro Monat. Der Vermieter darf die Miete jedes Jahr um 2 % erhöhen.

Bestimme mithilfe einer Tabellenkalkulation (oder durch iterative Berechnung), wie sich die monatliche Miete über die nächsten 5 Jahre entwickelt. Berechne die Miete für jedes Jahr und deute, um wie viel Euro die Miete insgesamt angewachsen ist.

BILDUNGSPLAN

(4) eine Tabellenkalkulation verwenden, um Zinssatz, Tilgung/Sparrate und Laufzeit näherungsweise zu bestimmen

LÖSUNG

Wachstumsfaktor pro Jahr: $1 + 2/100 = 1,02$

Jahr 0 (aktuell): 800 €

Jahr 1: $800 \cdot 1,02 = 816$ €

Jahr 2: $816 \cdot 1,02 = 832,32$ €

Jahr 3: $832,32 \cdot 1,02 = 848,97$ €

Jahr 4: $848,97 \cdot 1,02 = 865,95$ €

Jahr 5: $865,95 \cdot 1,02 = 883,27$ €

Die Miete ist von 800 € auf 883,27 € angewachsen, eine Steigerung um 83,27 € oder etwa 10,4 % über 5 Jahre. Die Tabellenkalkulation zeigt, dass sich die Erhöhung jedes Jahr auf den neuen Betrag bezieht (Zinseszins-Effekt), nicht nur auf den Ausgangsbetrag.

Aufgabe 4 · ERWEITERT

★ ★ ★

AFB III (Reflexion) · Operator überprüfen

Ein Möbelgeschäft in Ludwigsburg bewirbt eine Aktion: »Erst 25 % Rabatt auf den Preis, dann zusätzlich 20 % Rabatt auf den bereits reduzierten Preis.« Ein Kunde behauptet: »Das ist ja wie ein Gesamtrabatt von 45 %.« Überprüfe diese Behauptung, indem du zunächst an einem selbst gewählten Beispielpreis (z. B. 100 €) beide Rabattstufen nacheinander anwendest. Begründe dann allgemein mit Prozentfaktoren, ob die Behauptung wahr oder falsch ist. Übertrage dein Ergebnis auf eine andere Rabattkombination (z. B. erst 10 %, dann 30 %).

BILDUNGSPLAN

(2) Prozentwert, Grundwert und Prozentsatz identifizieren, visualisieren (zum Beispiel Prozentstreifen) und berechnen

LÖSUNG

Beispiel mit 100 €:

Nach 25 % Rabatt: $100 \cdot 0,75 = 75$ €

Nach weiteren 20 % Rabatt: $75 \cdot 0,80 = 60 \text{ €}$

Gesamtrabatt: $100 - 60 = 40 \text{ €}$ oder 40 %

Allgemeine Begründung:

Bei zwei aufeinanderfolgenden Rabatten mit Prozentsätzen p_1 und p_2 ist der Gesamtfaktor das Produkt der Einzelfaktoren:

Gesamtfaktor = $(1 - p_1/100) \cdot (1 - p_2/100)$

Hier: $(1 - 0,25) \cdot (1 - 0,20) = 0,75 \cdot 0,80 = 0,60$

Das bedeutet, der Kunde zahlt 60 % des Originalpreises, also 40 % Rabatt — NICHT 45 %.

Die Behauptung ist falsch. Der Grund: Der zweite Rabatt wird auf den bereits reduzierten Preis angewendet, nicht auf den Originalpreis. Das Produkt $0,75 \cdot 0,80 = 0,60$ ist kleiner als $1 - 0,45 = 0,55$.

Übertragung auf 10 % und 30 %:

Gesamtfaktor = $0,90 \cdot 0,70 = 0,63$

Gesamtrabatt = 37 %, nicht 40 %.

Auch hier zeigt sich: Die Summe der Prozentsätze ($10 + 30 = 40$) ist größer als der tatsächliche Gesamtrabatt (37 %).
